

SISTEMAS HIPERESTÁTICOS



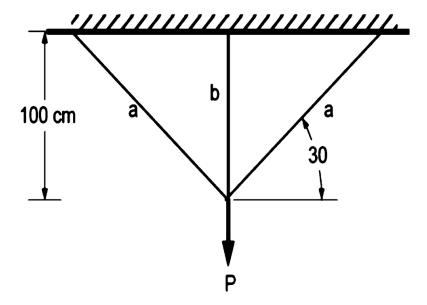
INTRODUCCIÓN



Sistemas isostáticos: Son aquellos en el que es posible determinar las reacciones y los esfuerzos en cualquier punto mediante las ecuaciones de la Estática.

A 45° 60° B

Sistemas hiperestáticos: Son aquellos en los que las ecuaciones de la Estática resultan insuficientes para determinar las Reacciones y los esfuerzos en cualquier punto, por tanto, se debe recurrir a las ecuaciones de deformación.





METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN



PARTE GEOMÉTRICA

Se propone como se deforma los elementos que componen el sistema estructural partiendo de la condición que las deformaciones son conjuntas y mediante una relación geométrica entre las deformaciones de los elementos se plantean las **Ecuaciones** de Compatibilidad de Deformación.

El numero de estas ecuaciones que se deben plantear esta en función del grado de hiperestaticidad del sistema, si es de primer grado se planteara una, si es de segundo grado se plantearan dos y así sucesivamente.

Ecuaciones : $f(\Delta L_i)$

En la practica para construir estas ecuaciones se sigue los siguientes pasos:

- 1.- Se dibuja un diagrama de cuerpo libre mostrando todos sus elementos incognitos en un estado no deformado (Estado inicial)
- 2.- Se propone un diagrama de cuerpo libre deformado (Estado final) asumiendo el alargamiento y acortamiento de las barras incógnitas, manteniendo el principio que las deformaciones de las barras son en conjunto y haciendo cumplir las restricciones de movimientos de los apoyos ,articulaciones y barras rígidas que nos plantea la estructura.
- Del análisis las de deformaciones propuestas, por medio de comparaciones geométricas se crean relaciones entre las deformaciones incógnitas, llamadas ecuaciones de compatibilidad de deformación



METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN



PARTE ESTÁTICA

Adoptamos el sentido de las fuerzas internas de las barras incógnitas y mediante las ecuaciones que nos brinda la estática construimos relaciones de equilibrio que nos vinculan las fuerzas internas. Llamadas **Ecuaciones de Equilibrio Estático**

Ecuaciones : $f(N_i)$

PARTE FÍSICA (Ley de Hooke)

Para cada elemento isostático que compone el sistema estructural hiperestático, se plantean las ecuaciones que relacionan las deformaciones incógnitas en función de las fuerzas internas normales incógnitas llamadas Ecuaciones Físicas

Ecuacion para cada elemento incognito

$$\Delta L_i = \frac{N_i * L_i}{E_i * A_i}$$



METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

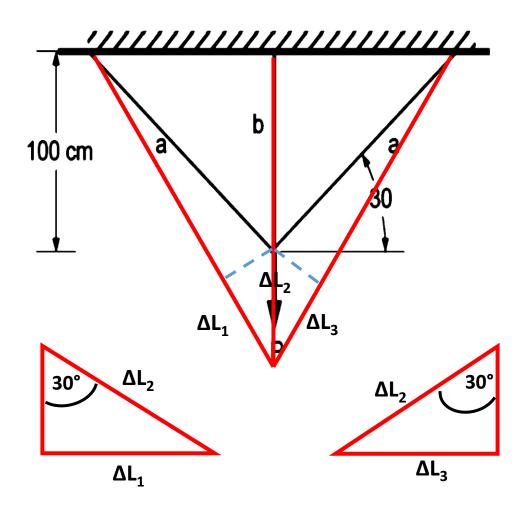


PARTE FINAL

Una vez aplicada las ecuaciones físicas ya se en la parte geométrica o en la parte estática, se construye un sistema de ecuaciones de tal forma que las incógnitas sean las deformaciones o los esfuerzos internos, y se procede a resolver, determinando la solución al problema.

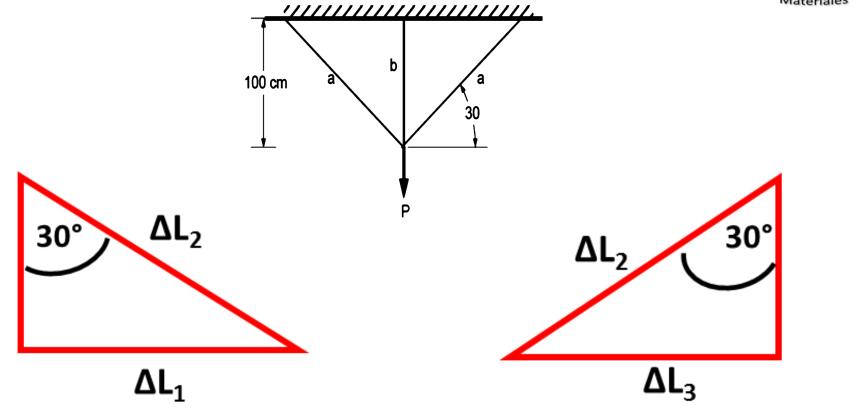










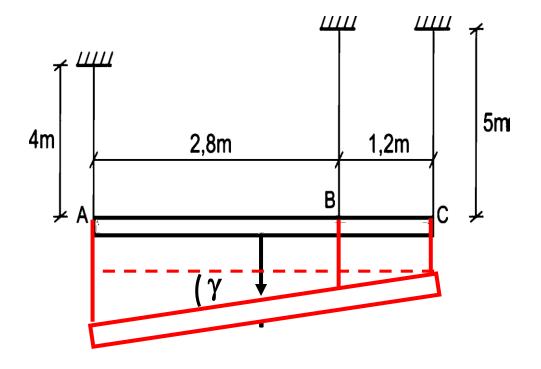


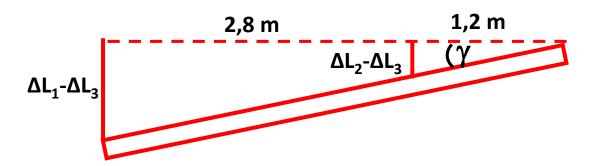
$$\Delta L_1 = \Delta L_2 * \sin 30^{\circ}$$

$$\Delta L_3 = \Delta L_2 * \sin 30^{\circ}$$



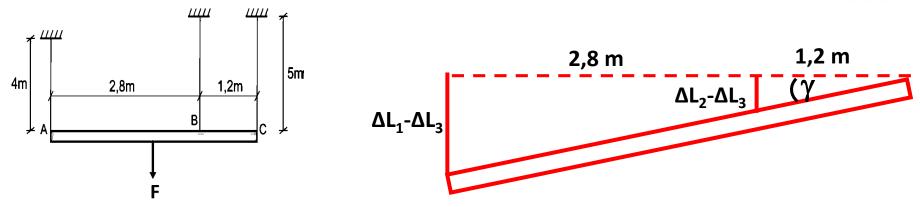


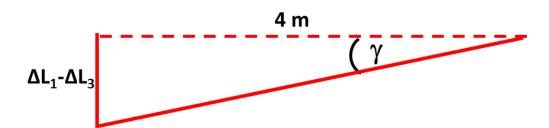












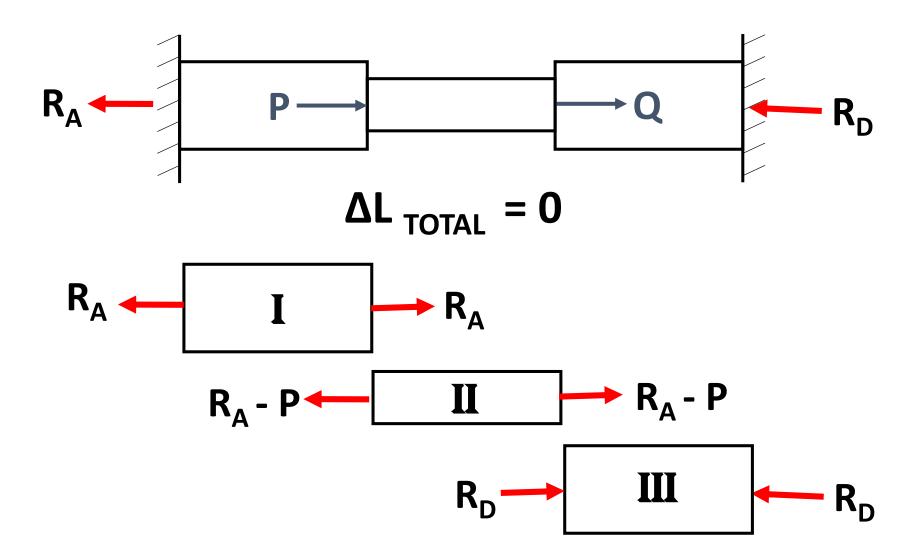
$$\tan \gamma = \frac{\Delta \mathbf{L}_1 - \Delta \mathbf{L}_3}{4m}$$

$$\tan \gamma = \frac{\Delta L_2 - \Delta L_3}{1.2m}$$

$$\frac{\Delta L_{1} - \Delta L_{3}}{4m} = \frac{\Delta L_{2} - \Delta L_{3}}{1,2m}$$

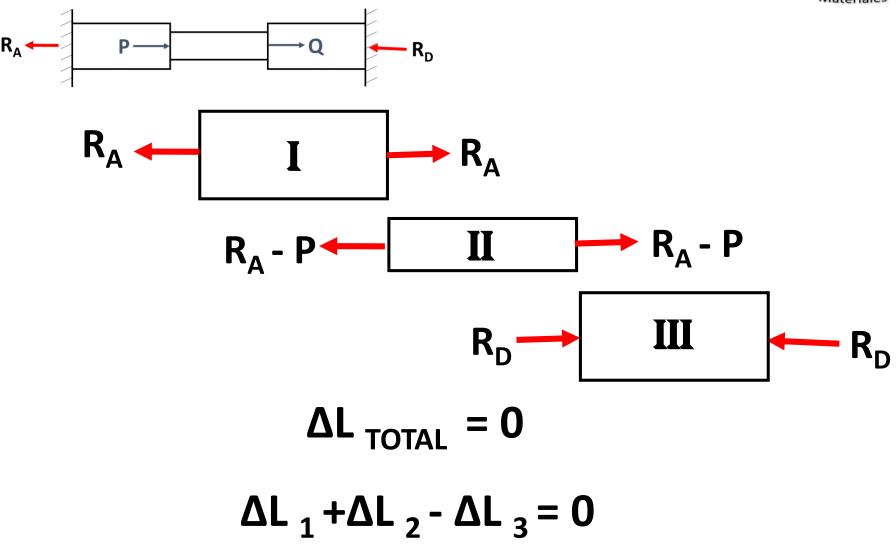










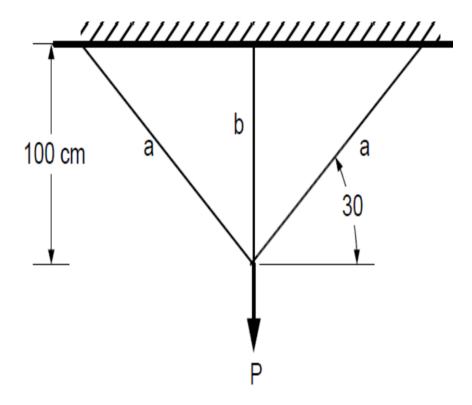




APLICACIONES



El conjunto de la figura está soportando una carga P de 3 TN. Hallar las reacciones en los cables y la tensión en cada uno de ellos si tienen un diámetro de 2 cm.

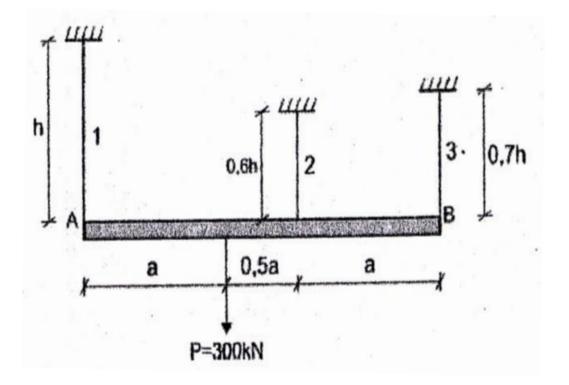




APLICACIONES



La barra sólida AB es sujetada por tres cables, tal como se muestra en la figura. Determinar las áreas de las secciones de los cables, si se sabe que el cable 1 es de acero, el cable 2, de cobre y el cable 3, de aluminio. Además, el área del segundo cable es el triple del primero y el del tercer cable es el doble del primero. Considerar $E_a=2x10^5$ MPa, $E_c=10^5$ MPa, $E_{al}=0.7x10^5$ MPa. $\sigma_a=160$ MPa, $\sigma_c=60$ MPa, $\sigma_{al}=120$ MPa.





APLICACIONES



La barra de la figura está cargada axialmente con una carga P en el punto B y una carga Q en el punto C, las secciones extremas son 2A y la sección intermedia es A. Calcular las reacciones en los extremos y las tensiones en cada barra. P = 3TN, Q = 2 TN, $A = 6 cm^2$..

