

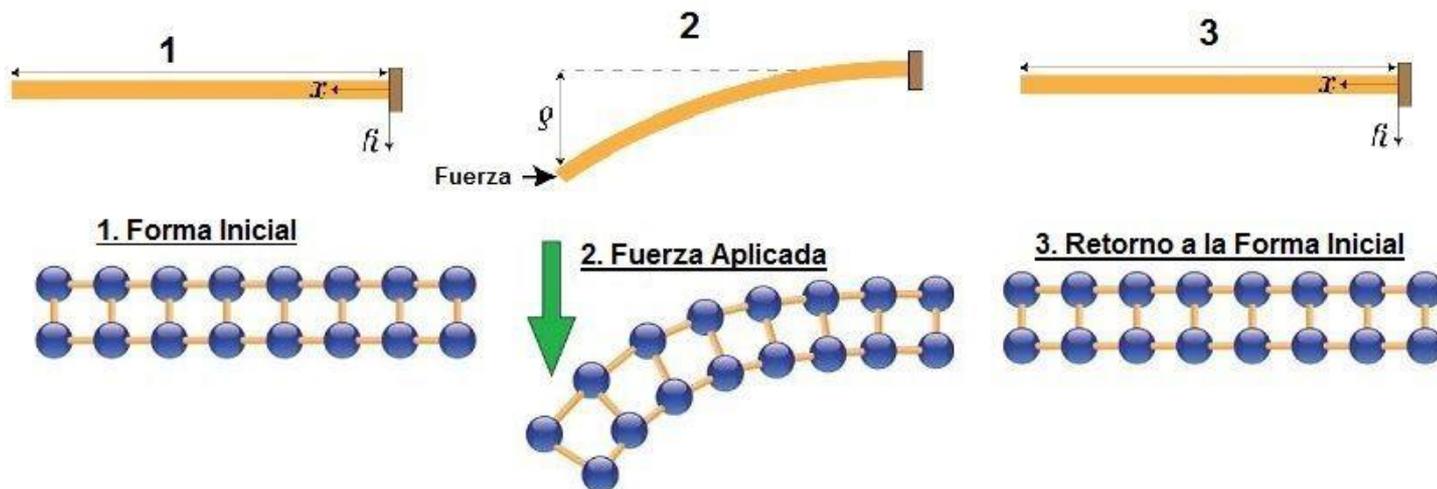
ESFUERZO Y DEFORMACIÓN

Los sólidos son deformables en mayor o menor medida.

Para grandes movimientos y fuerzas relativamente pequeñas los cuerpos se pueden considerar indeformables, es por eso que así se consideran en Cinemática y Dinámica, ya que las deformaciones provocadas son despreciables respecto al movimiento a que están sometidos.

Las deformaciones elásticas no afectan al resultado Cinemático de los sistemas.

Sólido Elástico.- Es aquel que, frente a unas acciones exteriores, se deforma, pero que una vez que han desaparecido estas, recupera su forma primitiva, siempre y cuando no se hayan superado unos valores que hubieran producido rotura o deformación irreversible



TENSIÓN



Se define Esfuerzo o Tensión a la Fuerza o carga por unidad de área transversal sobre la que está actuando la fuerza o la carga.

Sus unidades están en [Pa] ó [psi].

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

1 pound (lb) = 4.448 Newtons (N)

1 psi = pounds per square inch

1 MPa = MegaPascal = MegaNewtons per square meter (MN/m²)
= Newtons per square millimeter (N/mm²) = 1,000,000 Pa

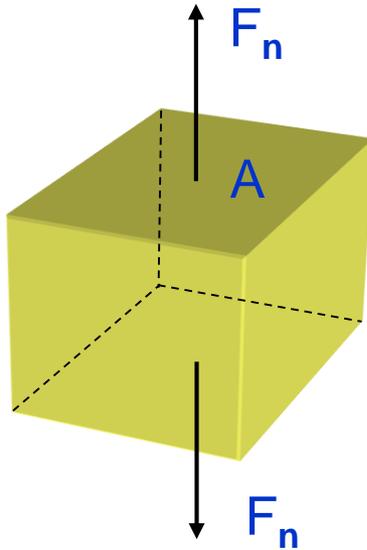
1 GPa = 1000 MPa = GigaPascal

1 ksi = 1000 psi = 6.895 MPa

1 psi = 0.006895 MPa

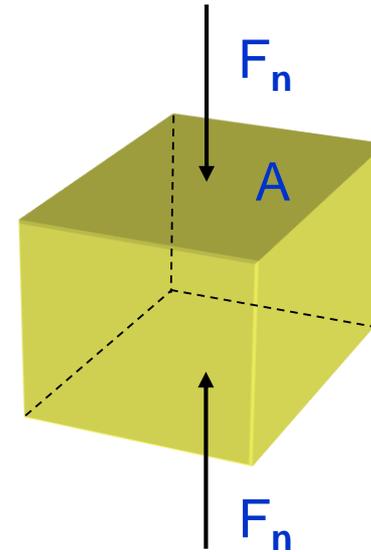
1 MPa = 0.145 ksi = 145 psi

Tensión normal de
estiramiento o tracción



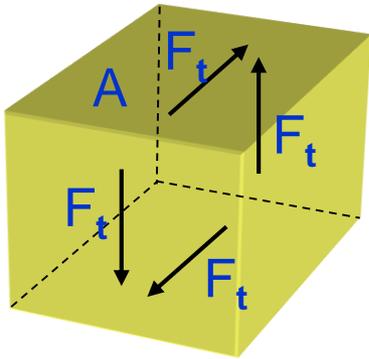
$$\sigma_n = F_n / A$$

Tensión normal de
compresión



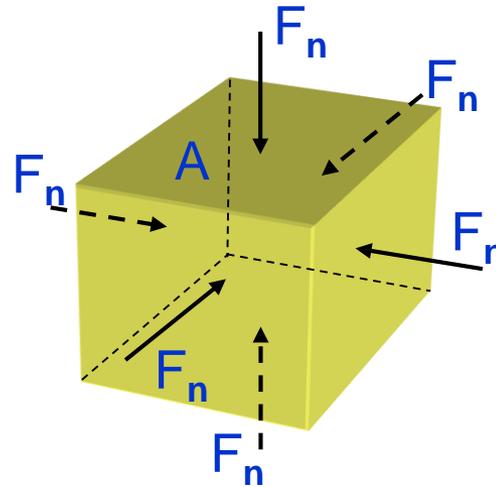
$$\sigma_n = F_n / A$$

Tensión de cizalladura



$$\sigma_t = F_t / A$$

Presión



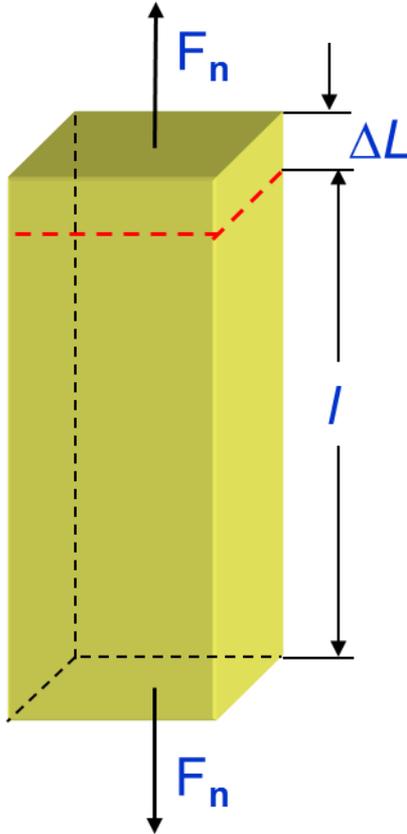
$$p = F_n / A$$

DEFORMACIÓN

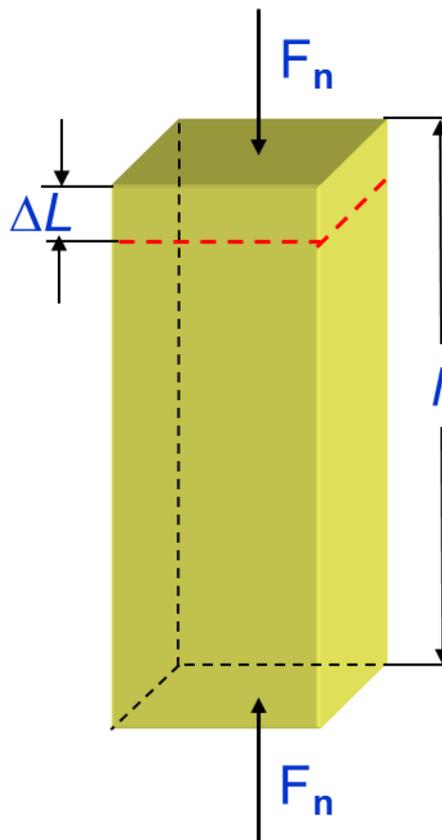


Es la capacidad que tiene un sólido de experimentar cambios de forma como consecuencia de las acciones (fuerzas o cargas) que se le aplican.

Deformación por estiramiento



Deformación por compresión



ΔL = Alargamiento o
Deformación

Deformación Unitaria: Se define como la deformación (ΔL) dividida entre la longitud inicial (L_0) del material.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

DEFORMACIÓN



Definimos **Elasticidad** como la *propiedad que tienen los sólidos de dejarse deformar ante la presencia de acciones (fuerzas o pares) exteriores y recuperar sus formas primitivas al desaparecer la acción exterior.*

Se llama deformación elástica la que recupera totalmente su forma original



Se llama deformación plástica la que parte de ella es permanente

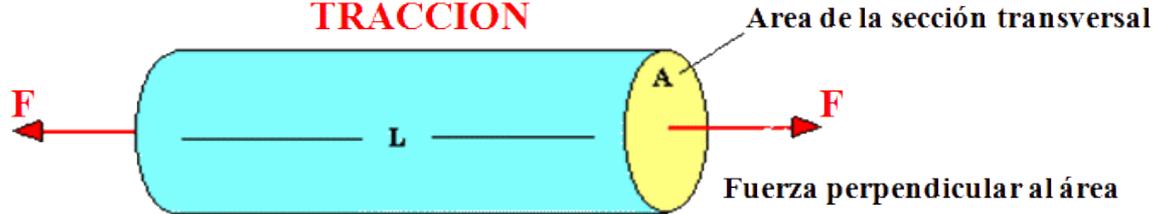


TRACCIÓN Y COMPRESIÓN



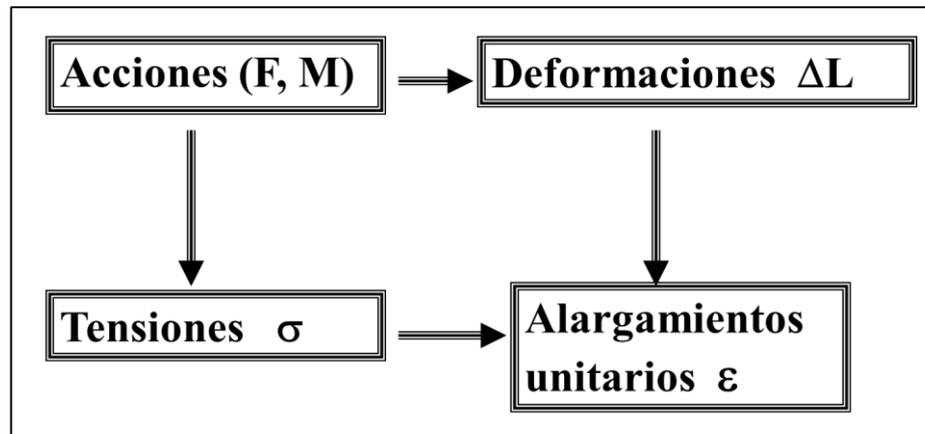
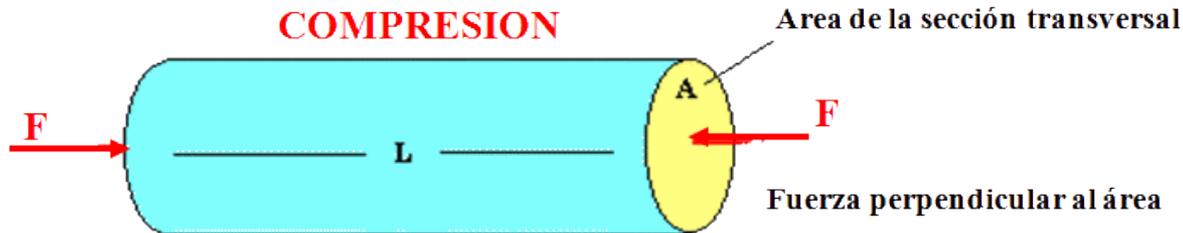
$$\text{Tensión Axial} = \sigma = F / A$$

TRACCIÓN

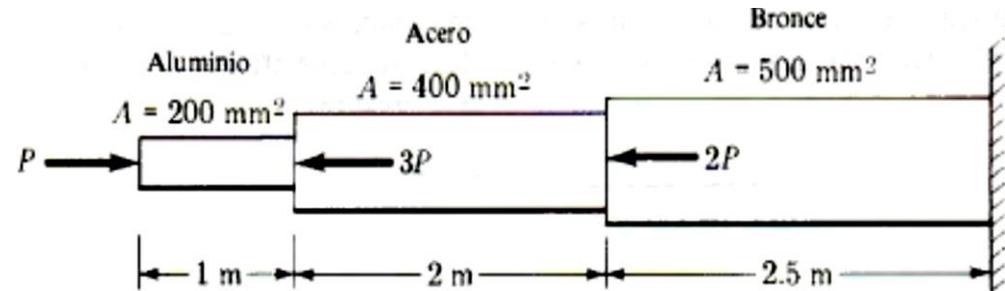


$$\text{Esfuerzo Axial} = \sigma = F / A$$

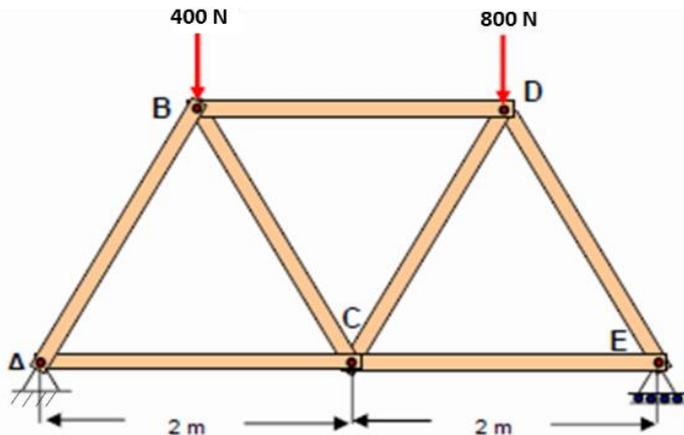
COMPRESIÓN



1.- Un tubo de acero se encuentra rígidamente sujeto por un perno de aluminio y por otro de bronce, tal como se muestra en la figura. Las cargas axiales se aplican en los puntos indicados. Calcule el máximo valor de P de modo que no se exceda un esfuerzo de 80MPa en el aluminio; de 150 MPa en el acero; o de 100 MPa en el bronce.



2,- Determinar la fuerza de tracción máxima que puede soportar una varilla de acero de diámetro 5/8", donde el esfuerzo de fluencia es 4200kg/cm², considerando un factor de seguridad $n = 2$ en un diseño por esfuerzo simple



3.- Determinar el diámetro mínimo de las barras de acero que componen la estructura articulada de la figura considerando un límite elástico de 4200 Kg/cm² y un factor de seguridad de 2.

LEY DE HOOKE

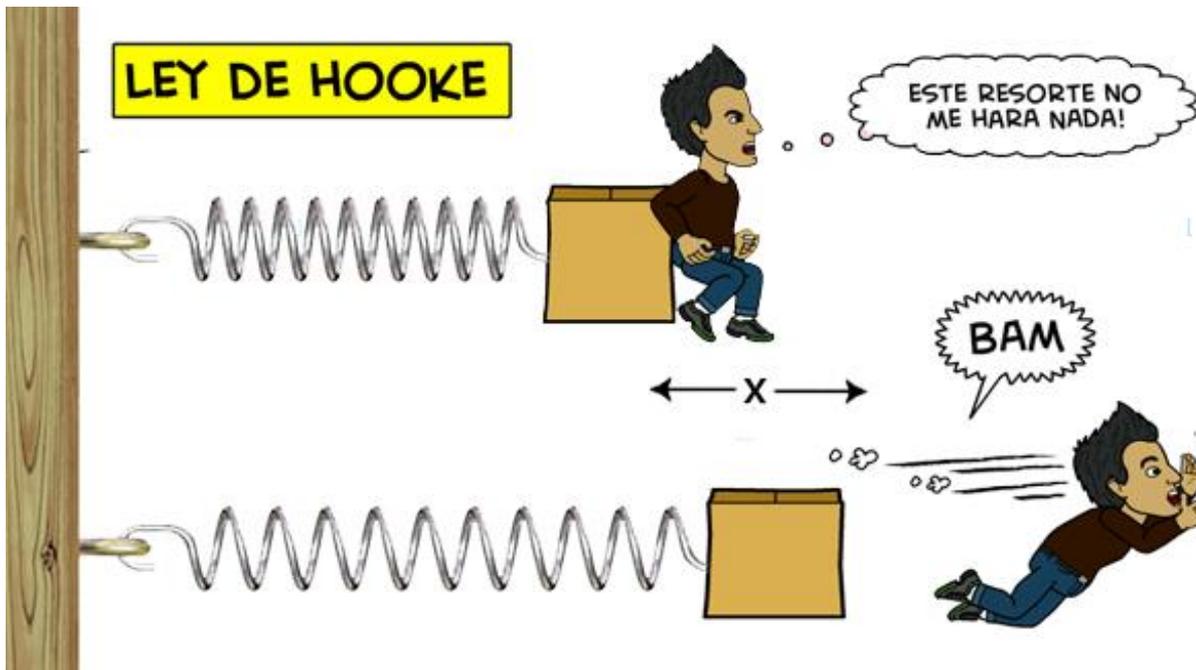


La ley de Hooke establece que *la deformación unitaria (ϵ) de un material elástico es directamente proporcional a la fuerza aplicada.*

Por tanto, la ley de Hooke establece la relación de proporcionalidad directa entre las tensiones y deformaciones.

$$\sigma = E * \epsilon$$

Donde: E = Módulo de Young



RESISTENCIA Y RIGIDEZ



$$\sigma = E * \varepsilon$$

Análisis por Resistencia

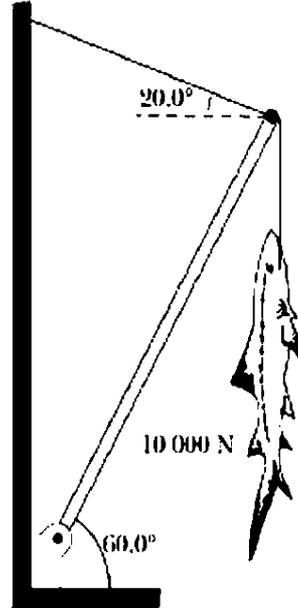
$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}$$

Análisis por Rigidez

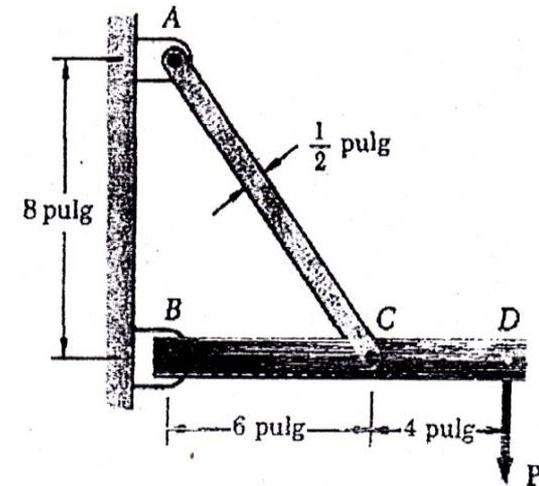
$$\Delta L = \frac{F * L}{E * A} \leq \Delta L_{máx}$$

$$\varepsilon = \frac{F}{E * A} \leq \varepsilon_{máx}$$

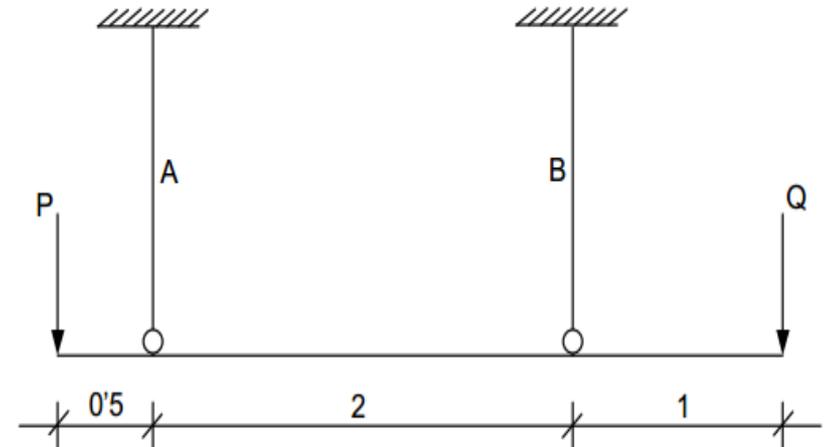
1.- Un tiburón de 10000 N está sostenido por medio de un cable unido a una barra de 4 m que está articulada en la base. Calcule las dimensiones del cable y la barra de sección cuadrada (ambos del mismo material) si el esfuerzo no debe exceder de 2100 Kg/cm^2 , el alargamiento debe ser inferior al 0.01%. Supóngase $E=2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$.



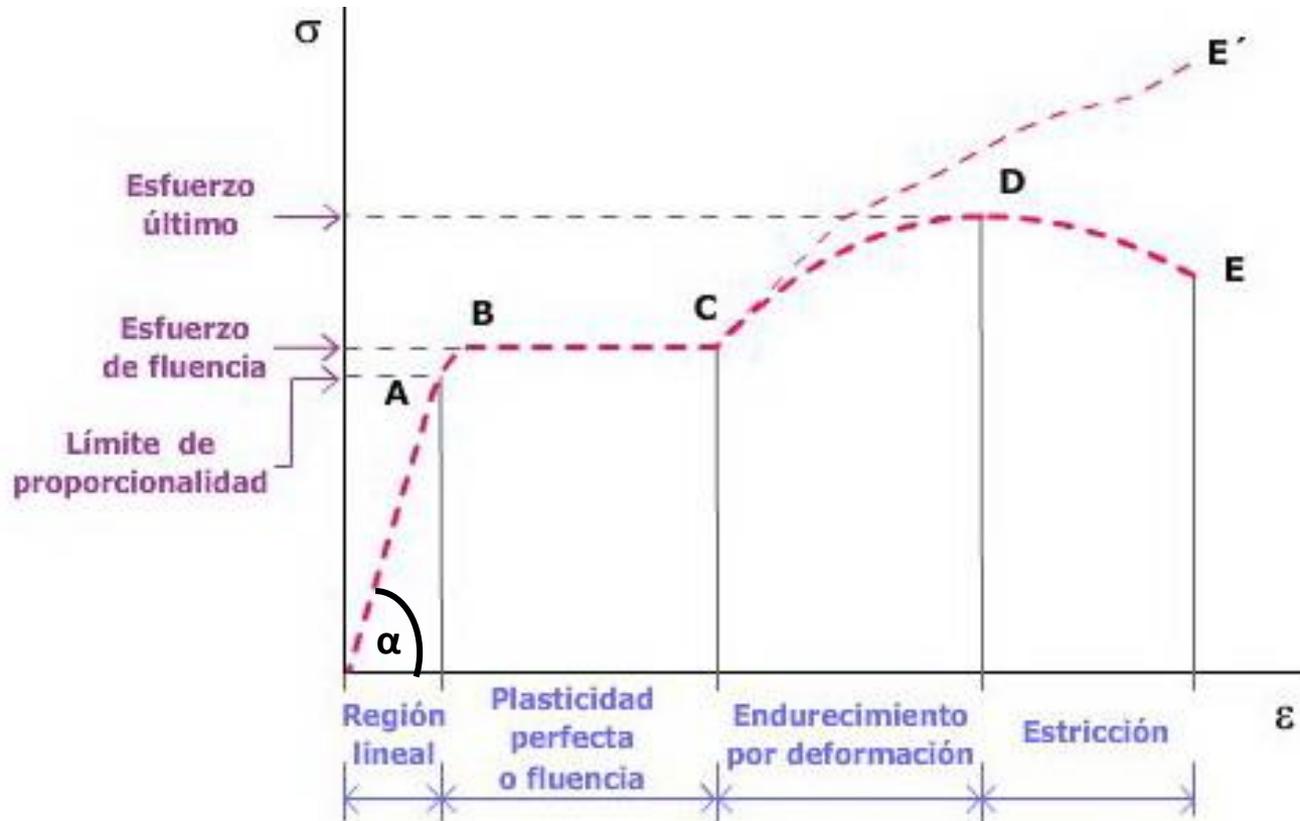
2.- La viga reticular de la figura construida con barras de sección cuadrada llena ($\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{2}''$), se encuentra sometida a la fuerza P. Se pide calcular la máxima fuerza P que se podrá aplicar si la tensión admisible es de 2800 Kg/cm^2 , Módulo Elástico $E=2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$ y el alargamiento debe ser inferior al 0.1%.



3.- Una barra supuestamente rígida está sustentada por dos barras circulares articuladas con la anterior, según la disposición mostrada en la figura. La barra A tiene una tensión admisible de 1000 Kg/cm^2 y sección 10 cm^2 , mientras que la barra B tiene una tensión admisible de 1200 Kg/cm^2 y sección 8 cm^2 . Ambas barras tienen idéntico módulo de elasticidad. Hallar los valores máximos de las cargas puntuales P y Q para que la barra permanezca horizontal.



Relación Tensión - Deformación



A = Límite de Proporcionalidad (L.P.)

B = Límite de Fluencia (L.F.)

C = Plasticidad Perfecta

D = Esfuerzo último (E.U.)

E = Punto de Ruptura (P.R.)

$$\tan \alpha = E = \text{Módulo de Young}$$

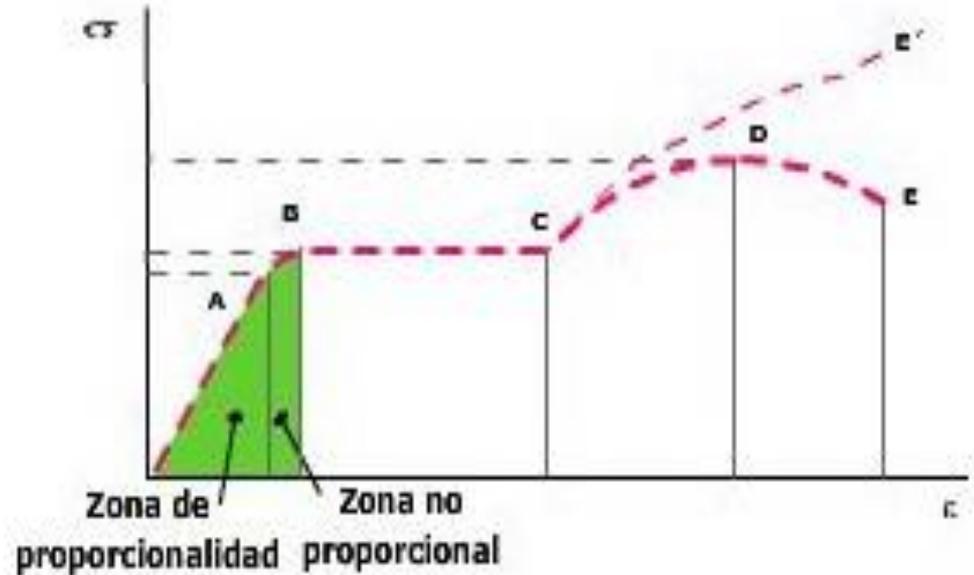


1.- Zona elástica (OB)

Se caracteriza porque al cesar las tensiones aplicadas, los materiales recuperan su longitud inicial. Podemos observar dos subzonas:

Zona de proporcionalidad (OA) En la gráfica es una línea recta, es decir, el alargamiento unitario (ϵ) es proporcional a la tensión ejercida (σ). En las aplicaciones industriales siempre se trabaja en esta zona, ya que no se producen deformaciones permanentes y además se puede aplicar la ley de Hooke. En esta zona vamos a definir a continuación dos valores importantes:

- ✓ Límite elástico (σ_E), es la tensión en el límite superior de esta zona; en el punto A
- ✓ El módulo de Young (E)



Zona no proporcional (AB)

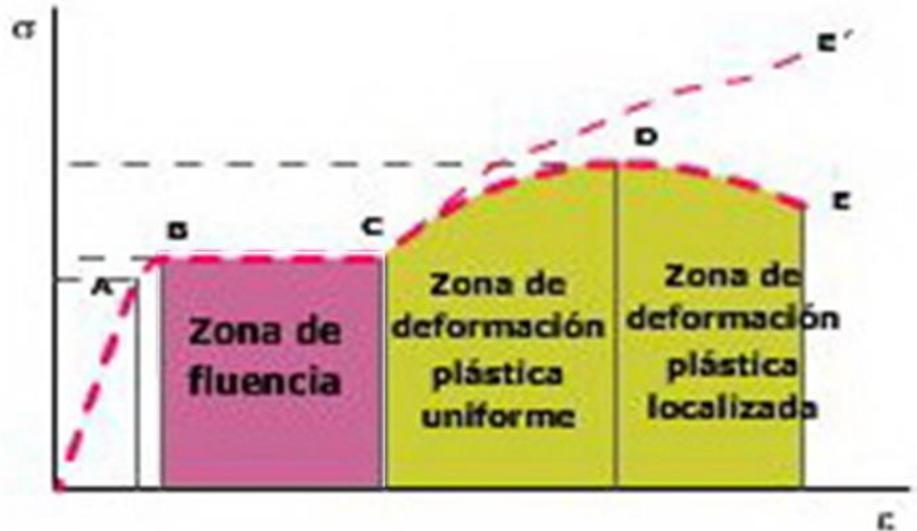
Pequeña zona a continuación, donde el material se comporta de forma elástica, pero no existe una relación proporcional entre tensión y deformación.



2.- Zona plástica (BE)

En esta zona se ha rebasado la tensión del límite elástico y, aunque dejemos de aplicar tensiones de tracción, el material ya no recupera su longitud original y la longitud final será mayor que la inicial "l₀".

En la zona plástica (BE) también se pueden distinguir tres subzonas:



Zona de Fluencia (BC).

En el caso del acero existe una zona justo al sobrepasar el límite elástico, ya en la Zona Plástica, en el que se da una deformación apreciable sin que varíe la tensión aplicada. Este fenómeno se denomina fluencia y la tensión en ese punto se denomina tensión de fluencia (σ_F).

Zona de deformación plástica uniforme o zona de límite de rotura (CD)

Se consiguen grandes alargamientos con un pequeño incremento de la tensión. En el punto D encontramos el límite de rotura y la tensión en ese punto se llama tensión de rotura (σ_r). A partir de este punto, el material se considera roto, aunque físicamente no lo esté.

Zona de rotura o zona de estricción o zona de deformación plástica localizada (DE)

Las deformaciones son localizadas y, aunque disminuya la tensión, el material se deforma hasta la rotura. La sección de la probeta se reduce drásticamente.



- 1.- Determinar la fuerza de tracción máxima que puede soportar una varilla de acero de diámetro $5/8''$, donde el esfuerzo de fluencia es 4200kg/cm^2 , considerando un factor de seguridad de 2 en un diseño por esfuerzo simple.

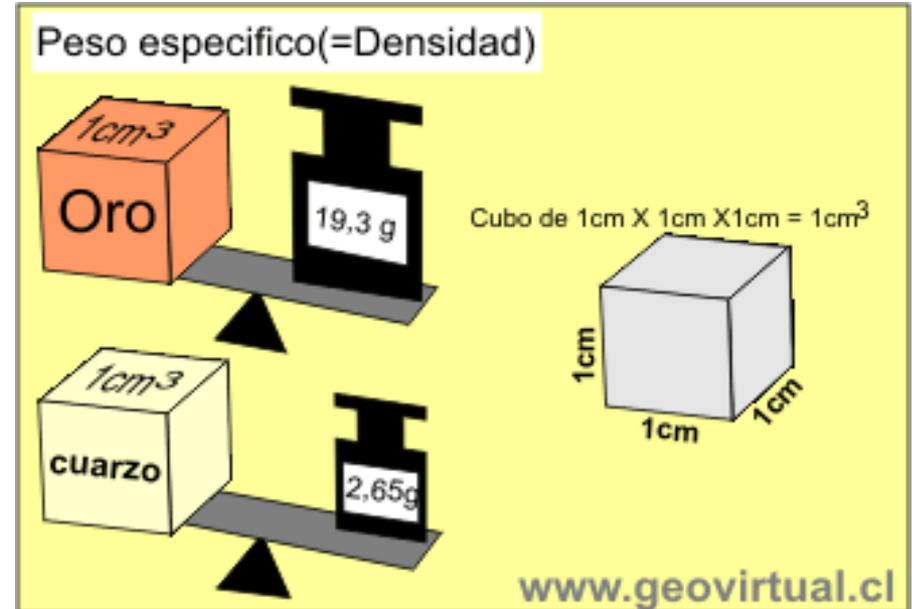
- 2.- Un cuerpo de 50kg se suspende de un cable de acero de 4 m de longitud y 2 mm de diámetro. Se sabe que el límite elástico del acero es de 250 N/mm^2 , que el módulo de Young es de $2 \times 10^5\text{ N/mm}^2$. Se pide:
 - a) Calcular el alargamiento del cable.
 - b) Determinar el módulo de elasticidad que debería tener el cable si fuese de otro material, para reducir a la mitad la deformación bajo la carga.
 - c) Si se duplicara la carga en el cable de acero original ¿Qué sucedería? ¿Qué sección debería tener el cable para que bajo esa carga trabajara en régimen elástico?

- 3.- Calcular el número de prismas de $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ y 1 m de altura, necesario para soportar un peso de 1200 TN , sin que cada una sobrepase un esfuerzo de 1800 Kg/cm^2 y una deformación de 0.06 cm . El módulo de elasticidad del material es de $2.1 \times 10^6\text{ Kg/cm}^2$

PESO ESPECÍFICO

Se llama peso específico a la relación existente entre el peso de una sustancia y el volumen que ocupa la misma.

$$\gamma = \frac{W}{V}$$



Donde:

γ = Peso específico (N/m³; Kg/cm³; lb/pulg³)

W = Peso (Kg; N; lb)

V = Volumen (m³; cm³; pulg³)

TENSIÓN POR PESO PROPIO



Cuando partimos de una barra y queremos hallar la tensión debida a su propio peso, tenemos que fijar primeramente que el peso equivale al volumen de la barra por el peso específico del material que la compone. Como el volumen lo podemos descomponer en la multiplicación del área por la longitud, tenemos que:

$$W = \gamma * V$$

Pero:

$$V = A * L$$

Entonces:

$$W = \gamma * A * L$$

Ahora:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

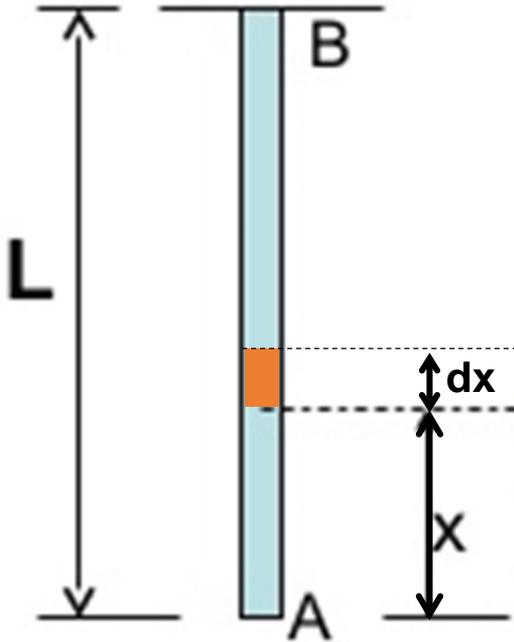
Tomamos:

$$F = W$$

Por tanto:

$$\sigma = \frac{\gamma * A * L}{A} = \gamma * L$$

DEFORMACIÓN POR PESO PROPIO



Sabemos que:

$$\Delta L = \frac{F * L}{E * A}$$



Considerando Diferenciales:

$$d(\Delta L) = \frac{F * dx}{E * A}$$

Considerando el peso de la barra:

$$F = W = \gamma * A * L = \gamma * A * x$$

Reemplazando:

$$d(\Delta L) = \frac{\gamma * A * x * dx}{E * A} = \frac{\gamma * x * dx}{E}$$

Integrando:

$$\int d(\Delta L) = \int_0^L \frac{\gamma * x * dx}{E}$$



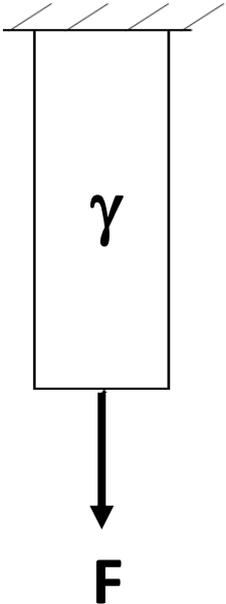
$$\Delta L = \frac{\gamma * L^2}{2 * E}$$

TENSIÓN POR PESO PROPIO

TENSIÓN DEBIDO A UNA CARGA EXTERNA Y EL PESO PROPIO

$$\sigma = \sigma_{carga\ externa} + \sigma_{peso\ propio}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} + \gamma * L$$



DEFORMACIÓN DEBIDA A UNA CARGA EXTERNA Y EL PESO PROPIO

$$\Delta L = \Delta L_{carga\ externa} + \Delta L_{peso\ propio}$$

$$\Delta L = \frac{F * L}{E * A} + \frac{\gamma * L^2}{2 * E}$$

ANÁLISIS POR RESISTENCIA

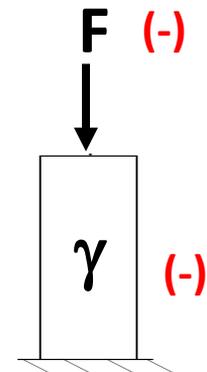
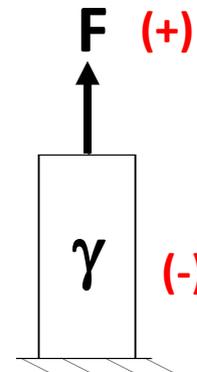
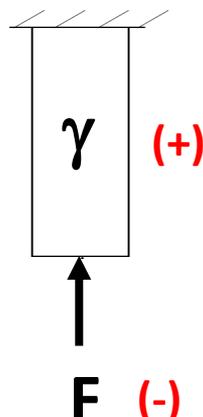
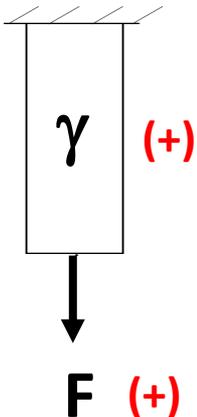
$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \pm \gamma * L \leq \sigma_{adm}$$

ANÁLISIS POR RIGIDEZ

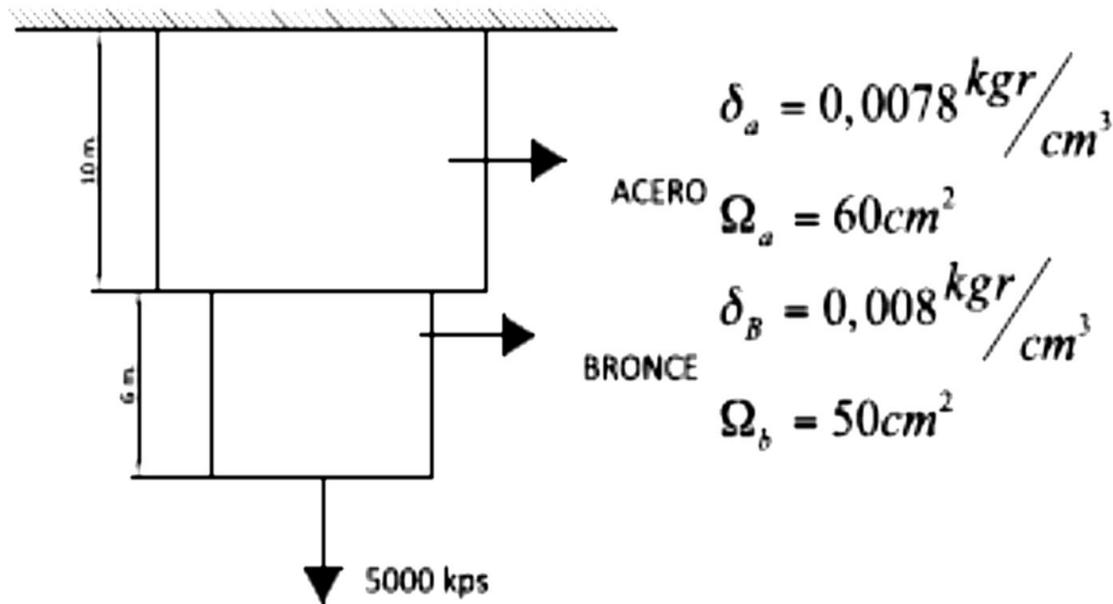
$$\Delta L = \pm \frac{F * L}{E * A} \pm \frac{\gamma * L^2}{2 * E} \leq \Delta L_{adm}$$

$$\varepsilon = \pm \frac{F}{E * A} \pm \frac{\gamma * L}{2 * E} \leq \varepsilon_{adm}$$

CASOS DE ANÁLISIS

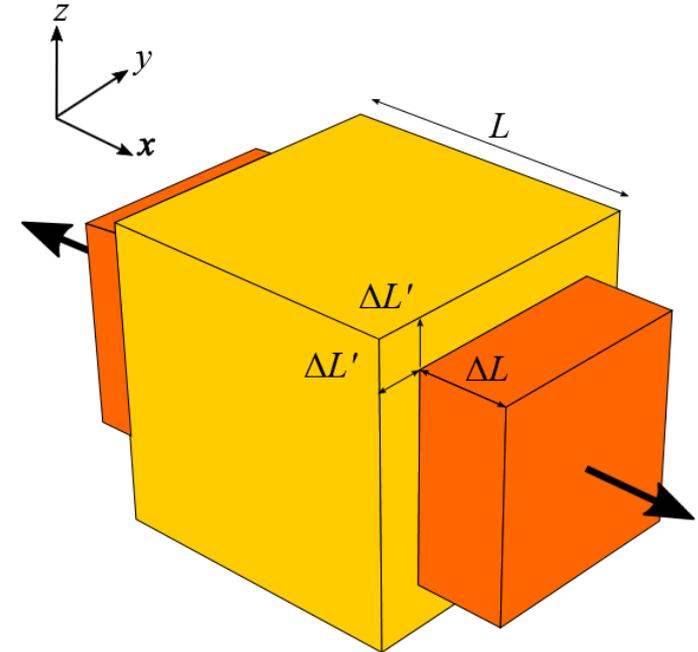


1.- Determinar las tensiones máximas en cada material y la deformación total del sistema en conjunto. Considerar un módulo de elasticidad de 200 GPa para el acero y 100 GPa para el bronce:



Todo elemento solicitado a carga axial experimenta una deformación no solo en el sentido de la sollicitación (deformación primaria ϵ_x), sino también según el eje perpendicular (deformación secundaria o inducida ϵ_y , ϵ_z), o sea, toda tracción longitudinal con alargamiento implica una contracción transversal (disminución de la sección del elemento estirado).

El coeficiente de Poisson (denotado mediante la letra griega μ) es una constante elástica que proporciona una medida del estrechamiento de sección de un prisma de material elástico lineal e isótropo cuando se estira longitudinalmente y se adelgaza en las direcciones perpendiculares a la de estiramiento.



$$\mu = \frac{\epsilon_{transversal}}{\epsilon_{longitudinal}}$$

Si el cuerpo es isótropo

$$\mu = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

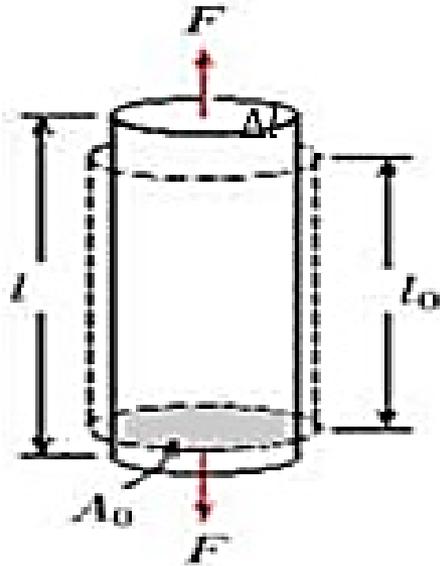
Cuerpo isótropo: Tiene las mismas características físicas en todas las direcciones. Anisótropo, cuando depende de la dirección.

$$\mu \leq 0,5$$

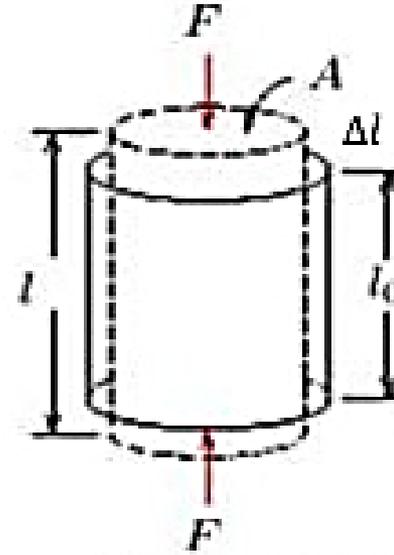
COEFICIENTE DE POISSON



TRACCIÓN



COMPRESIÓN



$$\mu = \frac{\epsilon_{transversal}}{\epsilon_{longitudinal}}$$

$$\epsilon_{longitudinal} = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\epsilon_{transversal} = \frac{\Delta D}{D}$$



1.- Determinar la fuerza que hay que aplicar a una barra cilíndrica, de diámetro 10 mm y 1 metro de longitud, en la dirección longitudinal (paralela su eje principal) para que su diámetro sea 9.9975 mm, sabiendo que su comportamiento es elástico.

Si la tensión del límite elástico se consigue con una fuerza de 15000 N determinar la longitud máxima que puede ser estirada sin que se produzca deformación plástica. Considerar $\mu = 0,25$; $E = 10^5$ MPa.

2.- Una barra de sección rectangular $a \times b = 1 \times 2$ cm y longitud $L = 200$ cm se somete a la acción de una carga $P = 2000$ kg, experimentando un alargamiento axial de $\Delta L = 1$ mm y una contracción lateral $\Delta a = -1,45 \times 10^{-4}$ cm. Determine:

- Modulo elástico del material.
- Coficiente de Poisson.
- Alargamiento Δb .

